

الخوارزمي

حياته وأعماله وكتابه الجبري

بقلم نقولا فارس (١-١٢-٢٠١٧)

"فريق الدراسة والبحث في التقليد العلمي العربي"

(الجمعية اللبنانية لتاريخ العلوم العربية)

هذه الدراسة مقتطعة من كتاب نقولا فارس: "الجبر - ولادته وتطوره في التقليد الرياضي العربي"،

دار الفارابي، بيروت، ٢٠١٧.

١. نبذة عن حياة الخوارزمي وأعماله.

١-١. اسمه.

لا يمكن أن يكتب تاريخ العلم دون ذكر الخوارزمي كأحد أبرز العلماء على مرّ العصور. شهرة الخوارزمي تعود بشكل خاصّ إلى ارتباط اسمه بعلم الجبر^١ وبكلمة ألغوريثم^٢ وإلى أنه أوّل من عرّف المجتمع العلمي العربي، ومن ثمّ الغربي بالنظام الترقيمي الوضعي العشري^٣. قولنا هذا لا يعني التقليل من أهميّة إنجازات الخوارزمي في حقول

^١ دخلت كلمة "جبر" في القاموس الرياضي، لأوّل مرّة في التاريخ، في "كتاب الجبر والمقابلة" الذي ألفه الخوارزمي في بداية القرن التاسع م. ومنذ ذلك الحين، وإلى الآن، صارت هذا الكلمة "Algebra, Algèbre"، تدلّ على العلم الذي يعالج حلّ المعادلات (الجبريّة) والعمليّات على كثيرات الحدود. وفي مجرى الكتاب دلّت هذه الكلمة على عمليّة جبريّة (أنظر ملحوظات الفقرة ٢-٢، ز، أدناه).

^٢ إحدى أقدم الصيغ اللاتينيّة لكتاب (أو كتابيّ) الخوارزمي في علم الحساب، وأهمّها انتشاراً، لا تحمل عنواناً، ولا يُعرّف من قام بها. وهذه الصيغة تبدأ بعبارة "Dixit Algorismi"، التي ظنّ الوّرخون أنّها عنوان للكتاب اللاتيني؛ ومنذ القرن الثاني عشر أخذ علماء = الغرب يعتبرون كلمة ألغوريسمي هذه تدلّ على العلم المحتوى ضمن هذا الكتاب (الحساب والعمليّات الحسابيّة في نظام الترقيم الوضعي العشري)، وصاروا يعطون الكتب التي يؤلّفونها في هذا النوع من العلم عناوين مثل "Liber Algorithmos"، "Livre d'algorisme... إلخ... وظنّ عددٌ منهم أنّ أصل هذا التعبير يوناني (دمج لكلمتين يونانيتين)، وبقي هذا الظن حتى القرن ١٩ م (١٨٤٥م) إلى أن برهن العالم الفرنسي رينو (J. Toussaint Reinaud, 1795-1867) أنّ عبارة "Dixit Algorismi" تعني "قال الخوارزمي"، وتبّه إلى ذلك.

^٣ بفضل كتابيه في علم الحساب ونقلهما (في القرن ١٢ م) إلى اللاتينيّة. أنظر المقطع ١-٣، أدناه.

علمية أخرى غير الجبر والحساب: (تأليف الأزياج^٤، والأدوات الفلكية كالاسطرلاب^٥، وعلم الميقات والتقويم والجغرافيا).

المعلومات المتعلقة بسيرة الخوارزمي الشخصية نادرة؛ هذا ما تؤكد المرجع التي تناولت هذا الموضوع^٦. يجمع المؤرخون على أنّ اسمه هو "محمد بن موسى الخوارزمي"، وعلى أنّ كنيته تدلّ على أنّ أصله من خوارزم وهي اسم لمقاطعة قديمة من شرقي إيران. وُلد قبل العام ٨٠٠م، ولا يُعرف مكان ولادته. عاش في بداية الحكم العباسي وقام بأغلب نشاطاته العلمية في مدينة بغداد، في زمن الخليفة المأمون (٨١٣-٨٣٣م)، وبقي على قيد الحياة إلى ما بعد وفاة الخليفة "الواثق"، عام ٨٤٧م. فهم بعض المؤرخين، أنّه كان ينتمي إلى الطائفة الزرادشتية، استناداً إلى مقطع وحيد ورد في كتاب "تاريخ الأمم والملوك" للطبري يرد فيه اسم الخوارزمي بين عدّة أسماء: "... ومحمد بن موسى الخوارزمي المجوسي القطرئلي و... [الطبري، ص. ١٨٩٠]. ولكنّ ع. أنبوبا نبّه [Anbouba, 1978, p. 66] إلى عدم دقّة ذلك الاستنتاج وارتأى أنّ حرف العطف، "و"، سقط سهواً بين اسم الخوارزمي واسم المجوسي القطرئلي^٧ فبدى في فقرة الطبري المذكورة، وكأنّهما يعودان إلى شخص واحد. ثمّ تبّى ر. راشد رأي ع. أنبوبا هذا في كتابيه [راشد، ١٩٨٩، ص. ١٩ و ٢٠١٠، ص. ٤٧]. ومؤخراً، بيّن الباحث علي عيسى من "فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي"، في

^٤ الأزياج (جمع زيح) هي كتب تتكوّن من مجموعات جداول لحركات الكواكب، تحوي في مقدّماتها رسوماً تخطيطية تسمح بتكيب هذه الجداول.

^٥ آلة فلكية قديمة، يونانية الأصل، طوّرت كثيراً في العصر العربي، لها استخدامات حسابية شتى في الفلك والتوقيت والجغرافيا.

^٦ ومنها تلك التي نستند إليها بشكل خاصّ في هذه الفقرة: ج. تومر [Toomer, 2008] وعادل أنبوبا [Anbouba, 1978]

وأ. ب. يوشكيفيتش [Youschkévitch, 1976] ورشدي راشد [Rashed, 2007=راشد، ٢٠١٠].

^٧ صفة تقال للشخص المتحدّر من مدينة قطرئل (القريبة من بغداد).

ملحوظة لم تُنشر بعد حول المقطع المذكور من كتاب الطبري، أنّ صفة "المجوسي" لا تعود إلى ديانة بل إلى موقع جغرافي^٨، وأنّ من المحتمل ألا يكون هناك خطأ في النسخ كما قدّر ع. أنبوبا.

١-٢. المناخ الاجتماعي الذي عاش فيه.

بعد أن انتقل الحكم من الأمويين إلى العباسيين (٧٥٠م)، انتقلت عاصمة الدولة العربيّة من دمشق إلى بغداد التي أسّسها الخليفة المنصور (٧٥٤-٧٧٥م) بين عامي ٧٥٨ و ٧٦٥. ومنذ بنائها، لم تكن بغداد العاصمة السياسيّة أو مركز الترف والبلذخ فحسب، بل أيضاً عاصمة العلم؛ أسّس فيها هرون الرشيد (٧٨٦-٨٠٩م) مكتبة ضخمة غنيّة بالمخطوطات العلميّة التي استقدم قسماً مهمّاً منها من بيزنطية. وفي عهد ولده المأمون (٨١٣-٨٣٣م)، أضحت بغداد تأوي عشرات المكتبات العامّة والعديد من مراكز بيع الكتب ومئات النسخ والمترجمين وصانعي الأدوات العلميّة والفلكيّة. وأهمّ المؤسّسات التي ازدهرت في عهد المأمون "بيت الحكمة" وهو نوع من الأكاديميّات العالية، احتوى مكتبة ضخمة ومرصداً فلكيّاً. اجتذبت تلك المؤسّسة إليها العلماء في كافة أنواع العلوم المعروفة في ذلك العصر، ومن كلّ أرجاء الدولة العربيّة التي كانت تمتدّ من إسبانيا غرباً إلى حدود الصين شرقاً، مروراً بشمال إفريقيا ومصر. في هذا الجو العلمي عاش الخوارزمي وعمل. وكان، بشهادة معاصريه والمؤرّخين، من أهمّ وجوه "بيت الحكمة" حيث كان يقوم بالدراسة والبحث العلمي، كما كان من الذين عملوا في مرصد الشماسيّة الفلكي الذي بناه المأمون في بغداد.

^٨ "درب المجوس"، وهو اسم حيّ أو ضاحية من بغداد القديمة.

١-٣. مؤلفاته.

يستند المؤرّخون في إحصاء أعمال الخوارزمي إلى الكتب القديمة التي تهتمّ بأخبار العلماء والحكماء، كما إلى ذكر تلك الأعمال في الرسائل والكتب التي ألفها معاصروه وخلفاؤه من أهل العلم. نقرأ في الفهرست لابن النديم (توفّي عام ٣٨٠هـ، ٩٩٠م): "وكان الناس قبل الرصد يعوّلون على زيجيه الأوّل والثاني، ويعرفان بالسندهند. وله من الكتب، كتاب الزيج نسختين، أوله وثانيه. كتاب الرخامة. كتاب العمل بالاسطرلاب. كتاب عمل الاسطرلاب. كتاب التاريخ" [ابن النديم، ص. ٣٣٣]. ويعيد القفطي (٥٦٨-٦٤٦هـ، ١١٧٢-١٢٤٨م) الفقرة نفسها تقريباً [القفطي، ص. ٢٨٦]. وينسب ابن النديم لسند بن علي (وهو معاصر للخوارزمي) "كتاب الحساب الهندي" و"كتاب الجمع والتفريق" و"كتاب الجبر المقابلة" [ابن النديم، ص. ٣٣٤]. إلّا أنّ المؤرّخين يُجمعون على أنّ ذلك خطأ وأنّ تلك الكتب الثلاثة لا تعود إلى سند بن علي بل إلى الخوارزمي، ويقدّرون أنّ هذا الخطأ قد يكون سببه ناسخ كتاب الفهرست نتيجة لتجاوز الفقرتين المتعلّقتين بهذين الرياضيين. فقد ثبت وجود الأعمال التي تحمل العناوين المذكورة في الفهرست، وانتمائها إلى الخوارزمي كما ثبت أيضاً وجود أخرى تنتمي له. ونحاول في ما يلي إدراج لائحة بهذه العناوين:

١- "كتاب الجبر والمقابلة". في الواقع، لا يحمل هذا الكتاب عنواناً بشكل ظاهر. يعيد عادل أنبوبا ذلك الغياب إلى ممارسة درج عليها كتاب ذلك العصر. أمّا ر. راشد فيبرهن أنّ عنوان الكتاب هو "كتاب الجبر والمقابلة"، لا "الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة" [راشد، ٢٠١٠]. تصويب العنوان أمر مهمّ، نظراً لأنّ استخدام صفة "المختصر" قد توحي أنّ هناك صيغة غير مختصرة سابقة لكتاب

الخوارزمي أو أنّ هناك جبراً سابقاً لكتابه، ممّا يُضَيِّع فترة بداية الجبر أو يلقِّها بالضباب ويزيد البلبلة حول موضوع مصادر الخوارزمي. بقي هذا الكتاب إلى عصرنا في عدّة مخطوطات، وستحدّث عنه بمزيد من التفصيل في الفقرة التالية.

٢- "كتاب الحساب الهندي". مفقود في صيغته العربيّة، ويوجد بصيغ متعدّدة باللاتينيّة، التي تُرجم إليها تحت عنوان *De numero Indorum*، على الأرجح في القرن الثاني عشر م، ولا يُعرّف من قام بهذه الترجمة ولا المكان الذي تمّت فيه. هذه الترجمة فُقدت أيضاً، إلّا أنّ صيغاً عديدة كُتبت انطلاقاً منها ما زالت باقية إلى يومنا، تُعرّف تحت اسم *Algorismes Latins*. يصف هذا الكتاب أشكال أرقام النظام العشري وكتابة أيّ عدد كان في هذا النظام وطرائق القيام بالعمليات الحسابيّة الأساسيّة فيه.

٣- "كتاب الجمع والتفريق" (الكتاب الحسابي الثاني، وقد يرد عنوانه في بعض المراجع: "كتاب الجمع والتفريق في حساب الهند"). هو مفقود أيضاً في صيغته العربيّة. وتُرجم إلى اللاتينيّة، تحت عنوان *Liber augmenti et diminutionis*، أي "كتاب الزيادة والإنقاص"^٩. يقدّم أندريه آلارد دراسة وافية للصيغ اللاتينيّة الأولى لعلم الحساب العربي ويفهم من دراسته أنّ كتابي الخوارزمي المذكورين شكلاً، معاً، مصدر هذه الصيغ [آلارد، ١٩٩٧]. وعبر الترجمة اللاتينيّة المذكورة لعمل الخوارزمي الحسابي، تعرّف الغرب والعالم على النظام العشري الوضعي وعلى أرقامه^{١٠}.

^٩ نجد في الصفحتين ٥٠ و ٥١ من الكتاب [راشد، ٢٠١٠] موجزاً عن محتوى الكتابين الحسابيين.

^{١٠} تطوّر شكل الأرقام العشريّة (الهنديّة الأصل) كثيراً لتصبح على هذا الشكل: ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، في المشرق العربي (الأرقام الهنديّة)، وعلى الشكل: 0، 1، 2، 3، ... في المغرب وأوروبا.

٤- "زيج السندهند"^{١١}. أَلَّف الخوارزمي كتابه هذا (في علم الفلك) في عصر المأمون. فُقد النصّ العربي لهذا الكتاب، ولكنّه، وصل إلينا، بكامله بحسب ريجيس مورلون [مورلون، ١٩٩٧، ص. ٤٨-٥٠]، عبر ترجمة لاتينية أنجزها في القرن الثاني عشر أدلارد دو باث (Adelard de Bath)، مُستنداً إلى مراجعة لكتاب الخوارزمي، أجزاها أبو القاسم مسلّمَة المجرطي (نسبة إلى مدريد) المتوفّي في الأندلس سنة ٣٩٨هـ/١٠٠٧م. لا يذكر ر. مورلون زيجين للخوارزمي. ويقدر ج. تومر (G. J. Toomer) أنّ هذين الزيجين اللذين أتينا على ذكرهما، دُججا في التنقيح الذي أجراه المجرطي وتُرجم إلى اللاتينية^{١٢}.

٥- "كتاب صورة الأرض". هو كتاب في الجغرافية الرياضيّة، بقي إلى عصرنا في مخطوطة حققت في لايبزغ عام ١٩٢٦. ^{١٣} في هذا الكتاب يحدّد الخوارزمي مواقع

^{١١} هو غير كتاب "زيج السندهند الكبير" الذي نقله إلى العربيّة عن أصله الهندي، الفلكي محمّد بن ابراهيم الفزاري (...).

١٨٠هـ/١٧٩٦م)، قبل عصر المأمون؛ وهو تنقيح لـ"زيج السندهند الكبير"، تبعاً لما يتطلّبه التغيّر الزمني والجغرافي.

^{١٢} تنقيح المجرطي محقق في المراجع التالية:

- O. Neugebauer, *The astronomical tables of al-Khwārizmī* [Texte imprimé] : translation with commentaries of the Latin version edited by H. Suter, supplemented by Corpus Christi College MS 283 / by O. Neugebauer / København : I kommission hos E. Munksgaard , 1962 ; Heinrich Suter,

- *Ziğ Muhammad ibn Mūsā al-Ḥwārizmī = Die @astronomischen Tafeln : / des Muhammed ibn Mūsā al-Khwārizmī ; hrsg. und komment. von Heinrich Suter / Frankfurt am Main : Institute for the history of Arabic-Islamic Science , 1997,*

- Millas Vendrell, Eduardo 1963. *El Comentario de Ibn al-Muthanna a las tablas astronomicas de al-Kwarizmi : estudio y edicion critica del texto latino, en la version de Hugo Islamic Science*. Leiden : Brill/London : Al-Furqan Islamic Heritage Foundation.

^{١٣} راجع [أ. كتيدي، ١٩٩٧، ص. ٢٧٩] التي تُرجع إلى:

Das Kitāb Sūrat al-Arḍ des Abū Ga'far Muḥammad Ibn Mūsā al Huwārizmī, éd. Hans Von Mžik. Bibliothek arabischer historikerund geographen; 3 Bd (Leipzig: Otto Harrassowitz 1926).

العديد من البلدان على الكرة الأرضية بالنسبة إلى خطوط العرض والطول، ويرسم تمثيلاً للأرض (المعمورة) مع البحار. يُعتقد أنّ تمثيل الأرض في هذا الكتاب هو تحسين للتمثيل الذي حواه الكتاب الجغرافي الذي أمر المأمون مجموعة من علماء بيت الحكمة بتأليفه. اعتمد هؤلاء على كتاب بطليموس الجغرافي (القرن الثاني م) ورسوموا خارطة للأرض هي، تحسين لخريطة بطليموس، ولكن لم يبق من كتابهم أيّ نسخة إلى عصرنا.

٦- "كتاب استخراج تاريخ اليهود". وصل هذا الكتاب إلى عصرنا كاملاً؛ وهو رسالة يقدم فيها الخوارزمي وصفاً للتقويم العبري [Toomer, 2008] نُشرت الرسالة مؤخراً في بيروت^{١٤}.

٧- "كتاب عمل الاسطرلاب". (كتاب يبيّن كيفية بناء -أي صناعة- هذه الآلة الفلكية)؛ يبدو أنّه مفقود إلى الآن، بينما بقي الكتاب الثاني: "كتاب العمل بالاسطرلاب" (الذي يبيّن كيفية استعمال هذه الآلة)، محفوظاً، وإن ببعض مقاطعه. فمن المؤكّد أنّ مقطعاً من كتاب للرياضي والفلكي "الفرغاني" (...-٢٤٧هـ # ٨٦١م) في الموضوع نفسه، موجود في مخطوطة في برلين، وفي أخرى في آيا صوفيا (اسطنبول) قد كتب استناداً إلى كتاب الخوارزمي هذا [Toomer, 2008]. هذا المقطع الذي يحوي صوراً بيانيّة قد حُقّق عام ٢٠٠٤.١٥

^{١٤} "كتاب الجبر والمقابلة"، تأليف مُجّد بن موسى الخوارزمي، تحقيق وترجمة علي مصطفى مشرفة ومُجّد مرسي احمد، ووليّه للمؤلف "رسالة في استخراج تاريخ اليهود"، تحقيق ودراسة المستشرق البارون كارا دوفو، دار ومكتبة بيبليون (Byblion)، لبنان، ٢٠٠٨. راجع أيضاً: "مقالة في استخراج تاريخ اليهود و أعيادهم"، تأليف أبي جعفر مُجّد ابن موسى الخوارزمي، الطبعة ١، حيدرآباد الدكن : مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٧.

^{١٥} نشر هذا العمل في المقال التالي: =

٨- "كتاب التاريخ". لم يصل هذا الكتاب إلى عصرنا، ولكننا نعلم أنه من بين الكتب التي رجع إليها، عدد من الكتاب من معاصري الخوارزمي وخلفائه.

٩- "كتاب الرخامة". لم يصل إلى عصرنا سوى عنوان هذا الكتاب؛ وهذا العنوان يدلّ على أنه كتاب في علم بناء الساعات الشمسيّة واستخدامها في مكان محدّد من الأرض.

٢. كتاب الخوارزمي الجبري: طبعاته ومحتواه الجبري.

يكاد لا يخلو كتاب في تاريخ الرياضيات، من حديث حول "جبر الخوارزمي"، في دراسات تتفاوت من كتاب إلى آخر، من حيث العمق والاتساع. وعلى امتداد أكثر من نصف قرن، بدءاً من خمسينيّات القرن العشرين، أقيمت حول هذا الموضوع مؤتمرات ونقاشات علميّة عديدة ونُشرت حوله عشرات المقالات في كتب وفي مجلّات علميّة متخصصة، أزالّت الكثير من اللغظ والتساؤل حول مسألة بداية علم الجبر. نحاول في ما يلي تجميع وترتيب بعض المعلومات التي استقينها من تلك المنشورات، بهدف إعطاء فكرة واضحة عن كتاب الخوارزمي المذكور وعن موقعه من بداية الجبر ومن تأسيسه. هذا يعني أننا لا ندّعي تقديم نتائج علميّة جديدة لامعة في تاريخ تأسيس الجبر، بالرغم من أننا سنقدّم عدداً من الاستنتاجات والملاحظات غير البديهية. ومن أجل مزيد من التفصيل حول دور كتاب الخوارزمي الجبري في بداية

= François Charette and Petra G. Schmidl, "Al-Khwâzimî and Practical Astronomy in Ninth Century Baghdad", SCIAMVS – Sources and Commentaries in Exact Sciences, No.5, 2004, pp. 101-198.

وتأسيس الجبر، يمكن الاطلاع على المقال والكتاب التاليين: [Farès, N. 2015] و [Farès, N. 2017، فارس، ن. ٢٠١٧].

٢-١. طبعات الكتاب الحديثة.

تعرفت الأوساط العلمية على كتاب الخوارزمي الجبري منذ العام ١٨٣٠، بفضل فريدريك روزن الذي قدّم تحقيقاً للكتاب المخطوط، ودّرّسه وترجمه إلى الإنكليزية [Rosen, F. 1830]. وعام ١٩٣٧، قام علي مصطفى مشرفة بدراسة مماثلة، باللغة العربية، وبتحقيق آخر^{١٦}؛ إلا أنّ التحقيقين المذكورين استندا إلى مخطوط واحد، هو مخطوط أوكسفورد^{١٧}. ومن بين العديد من الدراسات التي تلت والتي تناولت جبر الخوارزمي، نذكر بشكل خاصّ مقال عادل أنبوبا: "الجبر العربي بين القرنين التاسع والعاشر - نظرة عامّة" [Anbouba, A. 1978]^{١٨}، الغني بالمعلومات التاريخية، ودراسة رشدي راشد التي تحتلّ الفصل الأوّل من كتابه: "تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب" [Rashed, 1984 (1)]، [راشد، ١٩٨٩].

وعام ٢٠٠٧، نشر الباحث ر. راشد بالفرنسية كتاباً بعنوان، "الخوارزمي - بداية الجبر" [Rashed, 2007]. يقدم المؤلف في هذا الكتاب، تحقيقاً نقدياً لنصّ كتاب الخوارزمي، يستند فيه إلى خمسة مخطوطات إضافية لذلك النصّ، وإلى ترجمته اللاتينية التي قام بها جيرار دو كريمون (Gérard de Crémone : 1114-1187)، والتي تُعتبر

^{١٦} يصفه ر. راشد بأنه أفضل من تحقيق روزن [ص. ١٦٢].

^{١٧} أنظر المراجع.

^{١٨} قبل ذلك بعشر سنوات، نشر أنبوبا مجتبياً بعنوان: "إحياء الجبر - درس لكتاب الخوارزمي في "الجبر والمقابلة"، منشورات الجامعة اللبنانية"، أصبح في عصرنا غير ذي أهمية تُذكر.

الأفضل بين الترجمات اللاتينية الأخرى^{١٩}. إضافة إلى ذلك يقدم المؤلف الترجمة الفرنسية الأولى لكتاب الخوارزمي، ودراسة تاريخية ورياضية له، استفاد فيها من المعلومات في تاريخ العلوم التي تراكمت خلال العقود الخمسة التي سبقت نشر كتابه. توضح هذه الدراسة عدداً من النقاط المتعلقة بكتاب الخوارزمي، كما تبحث في المسألتين المترابطتين: أصالة عمل الخوارزمي ومصادره. وخلص ر. راشد إلى تقييم للبعد الرياضي لكتاب الخوارزمي، لافتاً إلى نوعين من البرهان استُخدِمَا في الجبر، بدءاً في هذا الكتاب، وتطوّراً في الجبر العربي لاحقاً، هما، بحسب تعبيره: "البرهان بالعلّة" (أي البرهان الهندسي)، و"البرهان باللفظ" (أي البرهان الجبري). وعام ٢٠١٠، قمنا بترجمة الكتاب المذكور إلى العربية تحت عنوان: "رياضيات الخوارزمي - تأسيس علم الجبر"، كما قمنا بكتابة مقدّمة صيغته العربية. إنّ إحلال كلمة "تأسيس" محلّ كلمة "بداية" في عنوان الصيغة العربية للكتاب، أمر له دلالاته. فكتاب الخوارزمي، كما سنرى، وكما بيّنا في مقال لاحق لتلك الترجمة، [Farès, 2015]، يحتوي الشكل الأوّل للأسس المصادراتيّة لهذا العلم، هذه الأسس التي كانت تندعم باستمرار مع خلفاء الخوارزمي والتي لم يكن من الممكن اكتمالها قبل بداية القرن العشرين. وبما أنّ رجوعنا إلى هذا الكتاب سيتردّد، سوف لن نذكر في الرجوع إليه، سوى، رقم الصفحة، دون ذكر اسم المؤلف أو عام التأليف^{٢٠}.

^{١٩} وصلت إلى عصرنا ترجمتان أخريان إلى اللاتينية: الأولى لروبير دو شستر (Robert de Chester)، عام ١١٤٥، والثانية لغيوم دو لونا (Guillaume de Luna 1110-1180).

^{٢٠} كان نكتب [ص. ٨] بدّل [راشد، ٢٠١٠، ص. ٨].

٢-٢. وصف المحتوى النظري للكتاب.

تقع الفصول النظرية من كتاب الخوارزمي الجبري، في القسم الأول منه حيث تحتل مساحة مهمة نسبياً^{٢١}. ويمكن للفصول الباقية، التي تلتها، أن تُقسم إلى ثلاثة أقسام:

- فصل يُخصّصه الخوارزمي للتطبيقات العملية (العددية) التي توضح النظرية المعروضة في القسم الأول من الكتاب، يحلّ فيه عدداً من المسائل بعد تحويلها إلى معادلات جبرية^{٢٢}،

- قسم هندسي، يعالج مسائل مساحات بعض الأشكال المسطحة إضافة إلى مسائل تتعلق بالقياس في هذه الأشكال (الحجم الوحيد الذي يعطيه هو حجم المخروط). يقوم الخوارزمي بتحويل عدد من هذه المسائل إلى معادلات جبرية. ويذكر في هذا القسم ثلاث قيم تقريبية لـ π : $\frac{22}{7}$ و $\sqrt{10}$ و 3,1416 ذاكراً أنّ القيمتين الأخيرتين تعودان إلى التقليد الهندي^{٢٣}،

- قسم طويل نسبياً، يحمل عنوان "كتاب الوصايا"، يحتوي مسائل في الوصايا والإرث بحسب الشريعة الإسلامية، يحلّها الخوارزمي مستخدماً النظرية التي قدّمها في بداية كتابه، بعد تحويل المسائل إلى معادلات جبرية^{٢٤}.

^{٢١} أنظر [ص. ١٦٥-١٩٧]، أو [al-Khwārizmī (Oxford), ff. 2^r-8^r], أو [Rosen, 1831, pp. 3-23]. أو [مشرفة، ١٩٣٧، ص. ١٦-٣٤].

^{٢٢} [ص. ١٩٧-٢١٩]، أو [al-Khwārizmī (Oxford), ff. 8^r-15^r]. أو [Rosen, 1831, pp. 24-48]. أو [مشرفة، ١٩٣٧، ص. ٣٤-٥٠].

^{٢٣} [ص. ٢٢٠-٢٣٤]، أو [al-Khwārizmī (Oxford), ff. 15^r-18^v]. أو [Rosen, 1831, pp. 48-66]. أو [مشرفة، ١٩٣٧، ص. ٥٤-٦٦].

^{٢٤} [ص. ٢٣٥-٢٨٤]، أو [al-Khwārizmī (Oxford), ff. 18^v-34^r]. أو [Rosen, 1831, pp. 65-122]. أو [مشرفة، ١٩٣٧، ص. ١٠٦-٦٧].

في القسم النظري من الكتاب، قام الخوارزمي، بالترتيب، بما يلي:

(١) أدخل ما نُسّميه اليوم "التعابير الأوّلية" (*Termes primitifs*) لنظريته:

- "الجذر" أو "الشيء"، وهو ما يُكتب x في اصطلاحاتنا العصريّة، ويدلّ في المعادلات على المجهول، وفي كثيرات الحدود على الكائن غير المحدّد؛

- "المال" (x^2 في اصطلاحاتنا)، أي "كلّ ما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه"؛

- "العدد المفرد" (وهو، بلغة عصرنا، الحدّ من الدرجة صفر في المعادلة أو في كثيرة الحدود)؛ وهو، عنده، مقدار مُنطَق موجب.

(٢) أدخل مفهوم المعادلة (بإدخاله ما نُسّميه اليوم المعادلات الجبريّة من الدرجة الأولى والثانية)؛ وأدخل مفهوم ما نُسّميه في عصرنا الشكل "الطبيعي" (أو "القانوني") للمعادلة، وصيغَ (أو ما يسمّى باللغة العصريّة "ألغوريتمات" أو "خوارزميات") للحلول، والتبرير الهندسيّ لهذه الخوارزميات، متّبعاً المسار التالي:

أ- قسّم معادلات الدرجة الثانية (وما دون) إلى ستّة أصناف^{٢٥}:

$$(I) ax^2 = bx \quad , \quad (II) ax^2 = c \quad , \quad (III) bx = c$$

$$(IV) ax^2 + bx = c \quad , \quad (V) ax^2 + c = bx \quad ,$$

$$(VI) ax^2 = bx + c \quad ,$$

حيث: $a, b, \dots \in \mathbb{Q}_+^*$.

ب- ردّاً كلاً من هذه المعادلات، باستثناء المعادلة (III)، إلى شكلها الطبيعي (*canonique*) أو "القانوني" (حيث يكون مُعامل القوّة الكبرى للمجهول مساوياً للواحد: 1).

^{٢٥} تعدّد أنواع المعادلات أو أصنافها يعود إلى جهل مفهوم العدد السالب ممّا أدّى إلى رفض كتابة المعادلة على الشكل $p(x)=0$ ؛ هذا الرفض استمرّ طيلة عدّة قرون.

ج- أعلن عن الطريقة الحسابية لإيجاد الجذور (أي "خوارزمية" الحل) وهي الطريقة المستخدمة إلى الآن $x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ (عندما نكتب المعادلة على الشكل المستخدم في عصرنا: $x^2 + bx + c = 0$)، وأعلن شرط وجود الجذر ("الحقيقي")^{٢٦}.
 نشير إلى أنه أهمل الجذور السالبة لعدم اعترافه بها^{٢٧}، وإلى أن صيغ خوارزميات الحلول التي أعطاها كانت صيغاً عامة. وكان إدخاله أحياناً لقيم عددية يعود إلى رغبة في الإيضاح^{٢٨}، دون أن يؤثر ذلك على صرامة أسلوبه وعمومية طرائقه في الحل أو في عرض المسألة.

د- أعطى تبريراً هندسياً لطرائق حساب الجذور فيما يخص أنواع المعادلات ثلاثية الحدود (IV) و (V) و (VI) بشكلها القانوني. ولم يعط أيّ تبرير (لا هندسي ولا حسابي) لحلول المعادلات من الأصناف الثلاثة الأولى (I) و (II) و (III). التبرير الهندسي المذكور يعتمد على حساب المساحات للمربعات والمستطيلات ويُذكر بأسلوب أفقليدس في الكتاب الثاني من "الأصول"^{٢٩}.

ه- بعد ذلك، مباشرةً، أعطى، بشكل تجريدي، الصيغ الجبرية لحساب كثيرات الحدود. ويمكن كتابة هذه الصيغ اليوم على أحد الأشكال التالية:

^{٢٦} عندما يتوجب إعطاء هذا الشرط (أي، هنا، في حالة المعادلة من الصنف (V)).

^{٢٧} استمر تجاهل الجذور السالبة طوال قرون عديدة، حتى أنّ ديكارت كان يسميها "الجذور الخاطئة" ("Racines Fausses")؛ أنظر: (Ch. Adam et P. Tannery, 1982, *La Géométrie de Descartes, Discours de la méthode et essais*, VI, Vrin, Paris, p. 445).

^{٢٨} في أسلوب مشابه لذلك الذي نجده في المؤلف الحسابي لديوفنطس (القرن الثالث م).

^{٢٩} ففي المعادلة $x^2 + px = q$ ، مثلاً، يُجَبَّل الخوارزمي x (طول قطعة من) خط مستقيم، و x^2 بمساحة مربع ضلعه x ، و px بمساحة مستطيل طوله x وعرضه p ، وأخيراً يأخذ q كمساحة مسطحة معلومة.

$$(a \pm bx).(c \pm dx) \quad (1)$$

$$(ax \pm b) \pm (cx \pm d) \quad (2)$$

$$(ax^2 \pm bx \pm c) \pm (a'x^2 \pm b'x \pm c') \quad (3)$$

حيث $a, b, a', b', \dots \in \mathbb{Q}_+^*$

ثم أعطى قواعد حسابية للجذور (التربيعية):

$$\dots, \frac{p\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{p^2a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{p^2a}{b}}, \quad \sqrt{a}.\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad a\sqrt{x^2} = \sqrt{a^2x^2} \quad (4)$$

حيث تشير الحروف a و b و p إلى أعداد مُنطقَة موجبة وحيث يشير x إلى "كلّ جذرٍ مالٍ معلومٍ أو أصمّ"^{٣٠}، مقرَّباً هذه القواعد عن طريق إعطاء a و b و p بقيمٍ عددية متعدّدة.

ويقدّر ر. راشد، بحق، أنّ الخوارزمي توقّف عند الدرجة الثانية من قوى "الشيء"، "انسجماً مع متطلّبات الحل بواسطة الجذور، ومع مستوى معارفه في هذا المجال" [راشد، ١٩٩٧، مج. ٢، ص. ٤٦٤]. لذلك، على ما يبدو، لم يتعرّض لقواعد حسابية تتعلّق بضرب الأشياء في الأموال أو الأموال في الأموال. و- أعطى تبريراً حسابياً للقاعدة (1)، أتبعه بعدد من الأمثلة التطبيقية؛ ثمّ أعطى تبريراً هندسياً للقاعدة (2)، ممثلاً a و b و c و d و x بقطع من خطوط مستقيمة؛ وبعد ذلك أعلن عدم تمكّنه من تقديم تبرير هندسي ل (3)، معبراً عن كونها "بديهية" بالقول: "فأمّا اضطرارها باللفظ فبيّن". [ص. ١٨٩].

^{٣٠} إنّها المرّة الأولى التي ترد فيها كلمة "أصمّ" في كتاب الخوارزمي [ص. ١٨٤]، و [al-Khāwrizmī (Oxford), f. 6^v]. وهي صفة تعود في الأصل إلى الرياضيات اليونانية. نظراً أيضاً أنّها من المرّات الأولى التي ترد فيها هذه الكلمة في الأدب الرياضي العربي. وهي تعود، بحسب السياقين الرياضي واللغوي، إلى كلمة "جذر" لا إلى كلمة مال (التي تشير إليها في الصيغة (4) بـ \sqrt{x}). وقد وردت هذه الكلمة في النص مرّة أخرى واحدة فقط [ص. ١٨٥].

ز- أدخل كلمتي "الجبر" و"المقابلة" للدلالة على عمليتين جبريتين^{٣١}.
تبيّن ممّا تقدّم، أنّ الخوارزمي، وبعد أن أدخل، بشكل تجريدي، التعابير الأولى للجبر،
أرسى قواعد الفصلين اللذين ما زالا يُشكّلان، إلى يومنا، أساس هذا العلم وهدفه:
- الحلّ الجذوري (أي بالجذور) للمعادلات كثيرة الحدود،
- حسابات كثيرات الحدود.
نلمس في كتاب الخوارزمي إذن تشكّل الجبر، أو ولادة، أو "بداية" هذا
العلم^{٣٢}.

٣. بداية الجبر وبداية تأسيسه.

القول بأنّ الجبر بدأ مع كتاب الخوارزمي لا يعني، بتاتاً، أنّ التاريخ لم يعرف
قبل هذا الكتاب ممارسات أو عمليّات يمكن وصفها الآن^{٣٣}، بأنّها جبريّة، من حيث
تعاملها مع المعادلات والمجاهيل. فالعديد من المسائل التي تتعامل مع الأعداد أو
الأطوال أو المساحات أو غيرها من الأعظام، تؤدّي إلى مثل هذه الممارسات. وتوجد
بصمات مهمّة من الممارسات الجبريّة (ومنهما مسائل تعود إلى معادلات من الدرجة
الثانية، مع حلولها) على عدد من اللوحات الخزفيّة البابليّة^{٣٤}. وقد سبق أن قدّم

^{٣١} دخلت هاتان الكلمتان في بداية كتاب الخوارزمي. أمّا معناهما فيظهر في سياق شرحه لطرائق الحلّ، في الفصل الأخير من القسم
النظري من الكتاب، "باب المسائل الست". "الجبر" يأخذ عنده معناه اللغوي (كعلاج لـ "الغسر"): هو العمليّة التي تتلخّص بإزالة أيّ
حد سالب من أحد طرفي المعادلة عن طريق إضافة الحدّ الموجب المقابل إلى طرفيها؛ والمقابلة هي إسقاط الحدود المشتركة بين طرفي
المعادلة. وتتفق على هذا المعنى الأدبيّات الجبريّة المعاصرة للخوارزمي وتلك التي أتت بعده.

^{٣٢} كما يقول عنوان كتاب ر. راشد في صيغته الأصليّة (الفرنسيّة).

^{٣٣} أي بعد تأليف الخوارزمي لكتابه وإدخاله كلمة "الجبر".

^{٣٤} راجع: [Dahan-Dalmedico et Peiffer, 1986, pp. 72-74] أو [Rashed et Houzel, 2013, pp. 9-13].

أقليدس (القرن الرابع ق.م) في الكتاب الثاني من "الأصول" متطابقات على الأطوال والمساحات يمكن تفسيرها بسهولة جبرياً، ويؤدي بعضها إلى استنتاج حلّ لمعادلات الدرجة الثانية. وتعامل ديوفنطس (القرن الثالث م) مع قوى من المجهول (العددي) وصلت حتى الدرجة التاسعة، واستخدم تقنيات جبرية متقدمة في سياق حلّه للمسائل العددية في كتابه الحسابي الضخم، وحلّ مسائل يمكن إعادةها إلى معادلات من الدرجة الثانية مستخدماً تقنيات جبرية متقدمة ولو أنّها تُذكر بسابقتها البابلية^{٣٥}. وطُرحت في الرياضيات الهندية من القرن السادس الميلادي -آريهطا (٤٧٦-٥٥٠ م) وبرهغوبتا (٥٩٨-٦٦٨ م) - قواعد على الجذور التربيعية كما طُرحت معادلات من الدرجة الثانية مع طرائق حلّها تُشبه تلك التي أعطاها الخوارزمي^{٣٦}.

ولكنّ المعادلات والمجاهيل وكثيرات الحدود لم تُعامل، قبل الخوارزمي، ككائنات رياضية قائمة بذاتها، بل كان التعامل معها يتم في سياق حلّ هذه المسألة المحددة العرضية أو تلك، أو ضمن إطار حقل رياضي معين كمجال الهندسة أو مجال الحسابات العددية. ولادتها بصفتها كائنات رياضية جديدة مع القوانين التي تحدّد تفاعلها والتعامل معها، شكّلت الخطوة النوعية الجديدة التي حدّدت بداية علم الجبر. ولمزيد من التفصيل حول الممارسات الجبرية السابقة للخوارزمي، يمكن مراجعة الفصل الثاني من كتابنا [فارس، ن. ٢٠١٧]. وتحسن مراجعة الفصل الأول من الكتاب نفسه من أجل مزيد من المعلومات حول لغة الخوارزمي الرياضية، ومصادر جبره، وحول تأثير كتابه الجبري في التقليد الرياضي العربي وفي رياضيات أوروبا اللاتينية.

^{٣٥} المرجع السابق، ص. ٧٧-٨٠. وللمزيد من التفصيل أنظر الفقرة المتعلقة بديوفنطس في الفصل الثاني من [Farès, N. 2017]. راجع أيضاً [Ver Eecke, 1959, prop. I. 27, I. 28, I. 30, pp. 36-40] و [Rashed et Houzel, 2013, pp. 170-171].

^{٣٦} من أجل مزيد من التفصيل، راجع [راشد، ٢٠١٠، ص. ١٢٨-١٤٨]، والفصل الثاني من [Farès, N. 2017].

Ouvrages cités

*Dans ce qui suit, les références qui sont citées en français et en arabe, ont été traduites et publiées en cette dernière langue. La liste des ouvrages cités est extraite de celle du livre [Farès, N. 2017] : *Naissance et développement de l'algèbre dans la tradition mathématique arabe*.

المراجع المذكورة

*في ما يلي، المراجع المذكورة بالعربية وبلغت أخرى، جرت ترجمتها إلى العربية ومنتقاة باللغتين. واللائحة التالية مقتطعة من لائحة مراجع الكتاب [فارس، ن. ٢٠١٧].

Allard, A. 1997. "Influence des mathématiques arabes en Occident au Moyen Age", dans *Histoire des sciences arabes*, [Rashed, R. 1997 (sous la direction de, avec la collaboration de Morelon, R)], cité plus bas, vol. 2, pp.199-229.

آلارد (أندريه). ١٩٩٧. "تأثير الرياضيات العربية في الغرب في القرون الوسطى"، مقال في "موسوعة تاريخ العلوم العربية"، [راشد، ١٩٩٧]، المذكور أدناه، المجلد الثاني، ص. ٦٦٩-٧٣٦).

Anbouba, A. 1978. "L'algèbre arabe aux IX^e et X^e siècles – Aperçu général". *Journal for the history of Arabic science*. Alep. Vol. 1, no. 2, pp. 66 – 100.

Dahan-Delmico, A. et Peiffer, J. 1986. *Une histoire des mathématiques – Routes et dédales*, Seuil, Paris.

Farès, N. 2015. Al-Khwārizmī et le fondement analytique de l'algèbre. *Lebanese Science Journal*, Vol. 16, No. 1.

Farès, N. 2017. *Naissance et développement de l'algèbre dans la tradition mathématique arabe*. Dār al-Fārābī, Beyrouth.

فارس، ن. ٢٠١٧. "الجبر - ولادته وتطوره في التقليد الرياضي العربي"، دار الفارابي، بيروت.

Kennedy, E. S. 1997. "La géographie mathématique", dans *Histoire des sciences arabes*, [Rashed, R. 1997 (sous la direction de, avec la collaboration de Morelon, R)], cité plus bas, vol. 1, pp. 47-94.

كينيدي، أ. س. ١٩٩٧. "الجغرافيا الرياضيّة"، مقال في "موسوعة تاريخ العلوم العربية"، [راشد، ١٩٩٧]، المذكور أدناه، المجلد الأول، ص. ٢٦٧-٢٩٢.
Al-Khwārizmī, M. *Kitāb al-jabr wa al-moqābala*. Bodl . Mo. Huntington (Al-Khwārizmī 214), ff. 1^v-34^r, (Oxford) copié en 1342.
الخوارزمي، محمّد بن موسى. "كتاب الجبر والمقابلة". مخطوطة أوكسفورد، المذكورة في المرجع السابق.

Morelon, R. 1997. "L'astronomie arabe entre le VIII^e et le XI^e siècle", dans *Histoire des sciences arabes*, [Rashed, R. 1997 (sous la direction de), avec la collaboration de Morelon, R, cité plus bas, vol. 1, pp. 47-94].
مورلون، ر. ١٩٩٧. "علم الفلك العربي بين القرنين الثامن والحادي عشر"، مقال في "موسوعة تاريخ العلوم العربية"، [راشد، ١٩٩٧]، المذكور أدناه، المجلد الأول، ص. ٤٧-٩٤.

Musharrafah, A. 1937 :

مشرفة، علي مصطفى، ومرسي أحمد، محمّد: "كتاب الجبر والمقابلة، لمحمّد بن موسى الخوارزمي" تحقيق وتعليق. الجامعة المصريّة كليّة العلوم، القاهرة، ١٩٣٧.

Al-Nadīm (Ibn). *Le Fihrist*. Édition Rida Tajaddud, Dar al Masīra, Beyroyh, S.D.

ابن النديم. "كتاب الفهرست"، تحقيق رضا تجدد، دار المسيرة، بيروت، بدون تاريخ.
القفطي (أبو الحسن علي بن يوسف)، تاريخ الحكماء، وهو مختصر الزوزني المسمّى بالمختصرات الملتقطات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء، تحقيق يوليوس ليبرت (ليبتزج)، ١٩٠٣.

Al-Qiftī' (Ibn), *Ta'riḥ al-Ḥukamā'*. Ed. J. Lippert. Leipzig. 1903.

Rashed, R. 1984 (1). *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*. Les Belles Lettres, Paris.

راشد، ر. ١٩٨٩. "تاريخ الرياضيات العربية - بين الجبر والحساب" مركز دراسات الوحدة العربيّة - بيروت. نقله إلى العربيّة د. حسين زين الدين عن صيغته الفرنسيّة.

Rashed, R. 1997 (sous la direction de, avec la collaboration de Morelon, R). *Histoire des sciences arabes*”, Seuil, Paris.

راشد، ر. ١٩٩٧، (بإشرافه، بالتعاون مع مورلون، ر). "موسوعة تاريخ العلوم العربيّة" ٣ مجلّدات. مركز دراسات الوحدة العربيّة - بيروت. نقلها إلى العربيّة فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي، عن صيغتها الفرنسيّة: [Rashed, R. 1997].

Rashed, R. et Vahabzadeh, B. 1999. "*Al-Khayyām mathématicien*", Blanchard, Paris.

راشد، ر، ووهاب زاده، ب. ٢٠٠٥. "رياضيات عمر الخيام"، ترجمة نقولا فارس (فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي)، وصدر عن مركز دراسات الوحدة العربيّة، بيروت، عن الأصل الفرنسي المذكور (1999).

Rashed, R. 2007. *Al-Khwārizmī - Le commencement de l'algèbre*, Blanchard, Paris.

راشد، ر. ٢٠١٠. "رياضيات الخوارزمي - تأسيس علم الجبر"، ترجمة نقولا فارس (فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي)، صدر عن مركز دراسات الوحدة العربيّة، بيروت، ترجمة عن الأصل الفرنسي المذكور ([Rashed, 2007]).

Rashed, R. et Houzel, C. 2013. *Les arithmétiques de Diophante*. Walter De Gruyter GmbH, Berlin/Boston.

Rosen, F. 1830. *The algebra of Mohamed ben Musa*, Edited and translated by Georg Olms Verlag, Zurich, New York (éd. 1986).

روزن، ف. ١٨٣٠. الخوارزمي (محمد بن موسى): "الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة"، طبعة ١٩٨٦.

- Toomer, G. J. 2008. "Al-Khwārizmī, Abū Ja'far Muhammad Ibn Mūsā". Complete Dictionary of Scientific Biography. *Encyclopedia.com*. 26 Jul. 2013 <<http://www.encyclopedia.com>>.
- Ver Eecke, P. 1926. *Diophante d'Alexandrie : les six livres d'arithmétique et le livre des nombres polygones*. Blanchard, Paris.
- Youschkévitch, A. P. 1976. *Les mathématiques arabes (VIII^e-XV^e siècle)*, Vrin, Paris.